Lycée secondaire *Devoir de Contrôle n°1* *Prof : Ridha Bahloul*

Othmen Chatti *MATHEMATIQUES* *Classe : 3^{éme} Math 2*

Le 01/12/2020 *Durée : 2 h*

EXERCICE N° 1:

1) Soit **g** la fonction définie sur **IR** par **: g (x) = $x^3 - x^2 + x - 2$.**
   a) Montrer que l'équation **g (x) = 0** admet une solution $\alpha \in$ **] 1 , 2 [.**
   b) Vérifier que : $\alpha = \frac{\alpha^2 + 2}{\alpha^2 + 1}$.
2) Soit ***f*** la fonction définie sur IR par **:** $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$.
   a) Montrer que ***f*** est bornée sur **IR.**
   b) Etudier la parité de la fonction ***f.***
   c) Montrer que ***f*** est strictement décroissante sur **[0 , +∞ [.**
   d) En déduire le sens de variation de ***f*** sur] - ∞ **, 0]**.
3) Déterminer ,en justifiant, les images par ***f*** des intervalles : **[1 , 3] ; [-3 , -1 [et [-1 , 1].**
4) Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to 1} \frac{g(x)+1}{x-1}$ **et** $\lim\limits_{x \to \alpha} \frac{f(x)-\alpha}{x-\alpha}$.

EXERCICE N° 2 : Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{4x+4}{(\sqrt{x+2}+x)} & si\ x \in [-2, +\infty[\setminus \{-1\} \\ \frac{x^2+3x}{|x^2+4x+3|} + 4 & si\ x \in]-\infty, -2[\setminus \{-3\} \end{cases}$.

1) Montrer que : $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = \frac{8}{3}$**,** en déduire que ***f*** est prolongeable par continuité en **-1**.
2) ***f*** est-elle prolongeable par continuité en **-3** ?
3) Montrer que ***f*** est continue en **- 2.**
4) Justifier la continuité de ***f*** sur **IR \ {-1 , -3 }** .

EXERCICE N°3 : Soit **ABC** un triangle tel que **AB = 7, AC = 9 et BC = 8 et Soit I = B * C et J = B * I.**

1) Montrer que : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = 16$ *et que* $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ **= 48.**
2) a) Vérifier que : $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{4}\left(3\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$.
   b) Montrer que : $\overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{BC}$ **= 0.** En déduire que le triangle **ABI** est isocèle en **A.**
3) Soit **G** = **A * I.**
   a) Calculer **AJ et GA** et montrer que B**G** = $\frac{9}{2}$.
   b) Vérifier que : $2\,\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
4) A tout point **M** on associe le réel f **(M) = MA² +** $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}$ **.**
   a) Calculer ***f (A).***
   b) Vérifier que : ***f (M) = 2 MG² + f (G).*** En déduire de **a)** que : ***f (G)*** = $\frac{17}{2}$.
   c) Calculer alors : $\overrightarrow{GB}.\overrightarrow{GC}$ **.**
   d) Déterminer l'ensemble (φ) des points **M** du plan tel que : ***f (M) = 31.***
   e) Vérifier que la droite **(BC)** est tangente à (φ).